

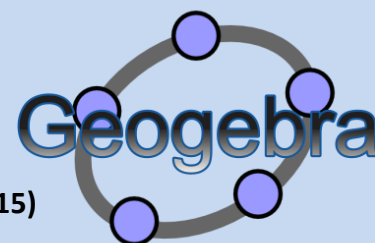


Università degli Studi di Salerno

Dipartimento di Fisica «E. R. Caianiello»

Circuiti, solidi platonici e simmetrie con geogebra: una proposta interdisciplinare per la scuola secondaria di II grado

R. Capone, U. Dello Iacono, R. De Luca, O. Faella, F.S. Tortoriello



La proposta didattica

Didattica per competenze

Il lavoro proposto dal gruppo PLS – fisica dell'Università degli studi di Salerno a studenti del Liceo Statale «Imbriani» di Avellino e l'anno successivo a studenti del Liceo Scientifico «De Caprariis» di Atripalda è stato concepito nell'ottica della didattica per competenze

Consideriamo la *competenza* come un sistema coordinato di *conoscenze* e *abilità* che sono mobilitate dal soggetto in relazione ad uno scopo (un compito, un insieme di compiti o un'azione) che lo interessano e che favoriscono buone *disposizioni interne* motivazionali e affettive (Pellerey 2003)

L'azione didattica è finalizzata allo sviluppo di abilità associate al *saper fare* o, come si dice in psicologia, a conoscenze di tipo procedurale.

La proposta didattica

La didattica per competenze è intesa come proposta didattica interdisciplinare che consenta punti di osservazione secondo ottiche poliscopiche e rotatorie nella prospettiva di superare un sapere parcellizzato e “chiuso” all’interno della singola disciplina

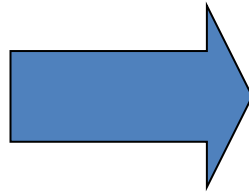
Situated learning

Morin «La testa ben fatta»

”(Le competenze) non possono ridursi ad una sola disciplina; esse suppongono e creano delle connessioni tra conoscenze e suggeriscono nuovi usi e nuove padronanze, il che significa che “le competenze generano competenze” (D’Amore, 2000)

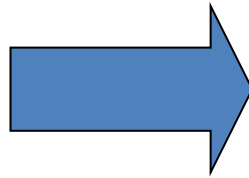
Inter – poli- trans disciplinarità

Pluri o multi
disciplinarità



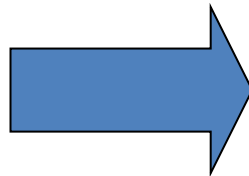
“Scambio di dati e informazioni tra pensieri diversi”

Interdisciplinarità



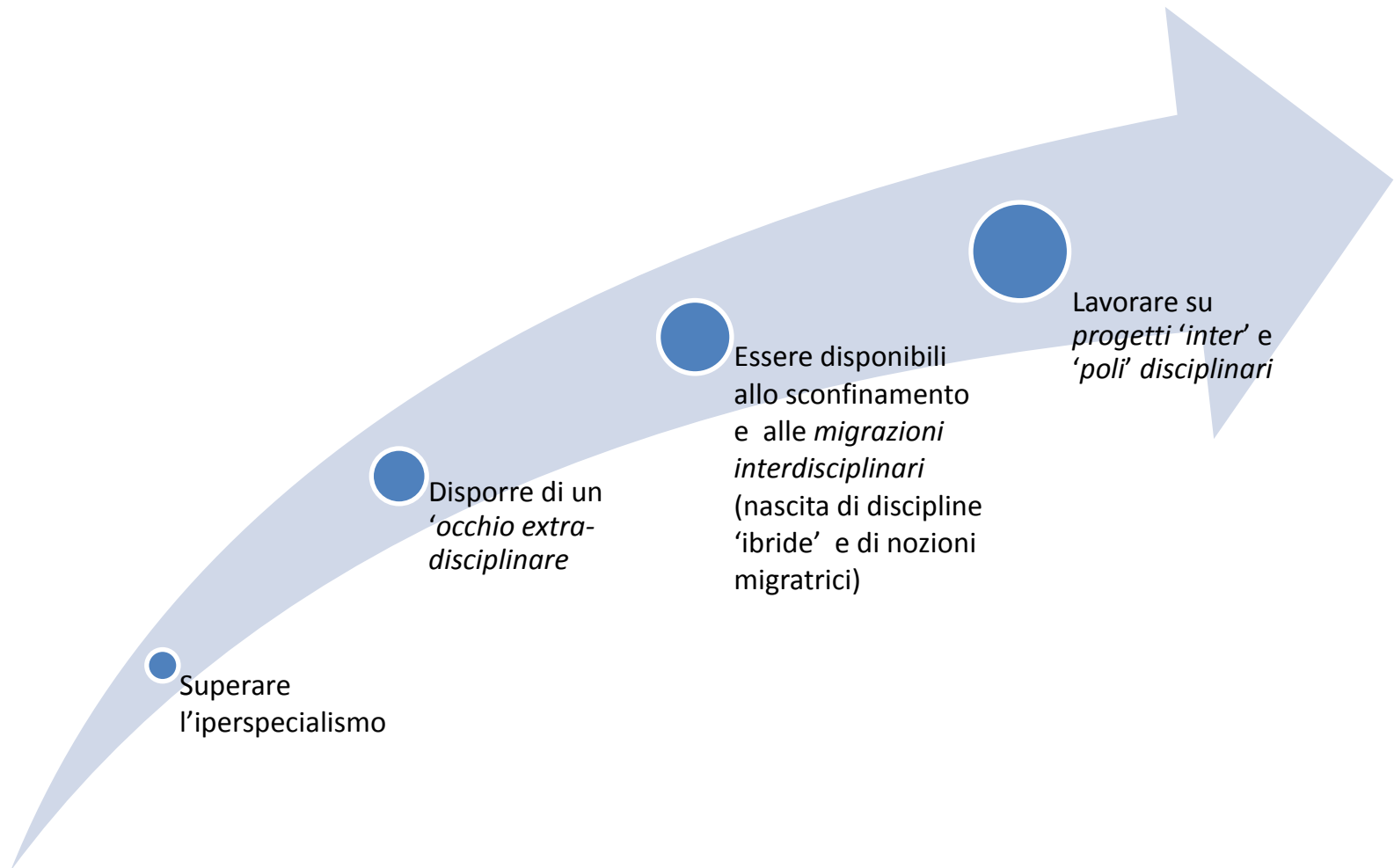
“Comunicazione e integrazione tra contenuti e metodi di saperi diversi”

Transdisciplinarità



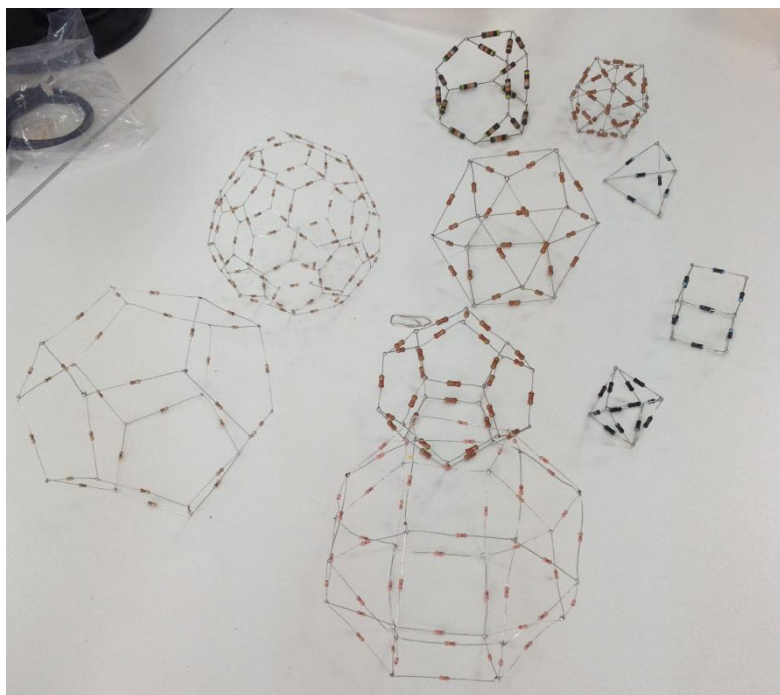
“Valorizza le conoscenze delle singole discipline che, alimentandosi le une con le altre, riescono a dare una visione del mondo che singolarmente non avrebbero mai potuto dare”

Inter – poli- trans disciplinarità



Il progetto

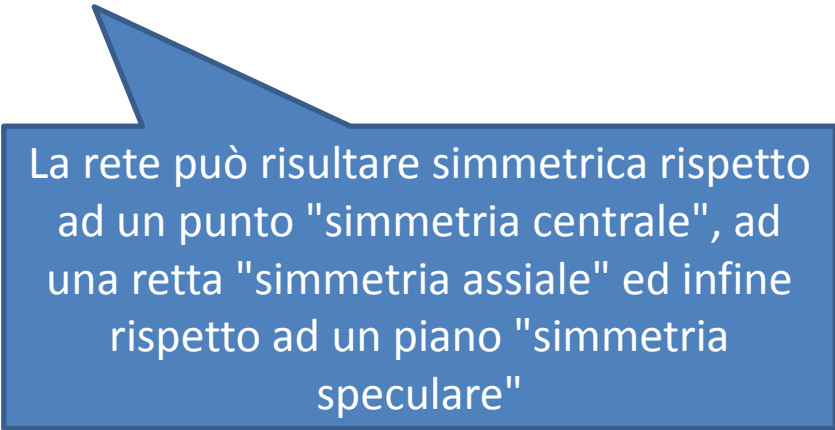
Destinatari dell'azione didattica o, per meglio dire, i soggetti che, nella costruzione di competenza, si sono disposti al centro della scena educativa con la loro "intenzione" di impegnarsi a decontestualizzare e ricontestualizzare le loro conoscenze e le loro abilità, sono stati studenti delle classi quarte e quinte del Liceo Statale «Imbriani» di Avellino e del Liceo Scientifico «De Caprariis» di Atripalda.



Il progetto

Essi hanno affrontato il calcolo e la misura della resistenza equivalente in circuiti che presentano particolari configurazioni geometriche, argomento che generalmente, negli istituti superiori, viene limitato alle classiche configurazioni serie –parallelo e, al più, alle trasformazioni stella-triangolo.

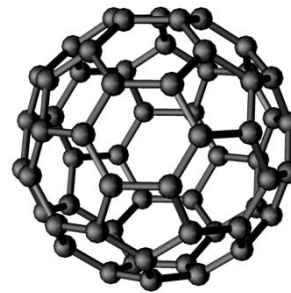
Il nostro lavoro ha affrontato il problema della ricerca della resistenza equivalente tra due nodi di reti bidimensionali sfruttando principalmente le proprietà simmetrie del circuito



La rete può risultare simmetrica rispetto ad un punto "simmetria centrale", ad una retta "simmetria assiale" ed infine rispetto ad un piano "simmetria speculare"

Il progetto

Nell'ottica di una progettazione interdisciplinare, il concetto di simmetria è stato affrontato anche in biologia, in chimica, in mineralogia



Esempio

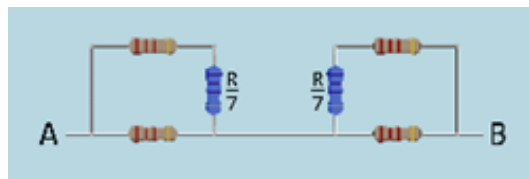
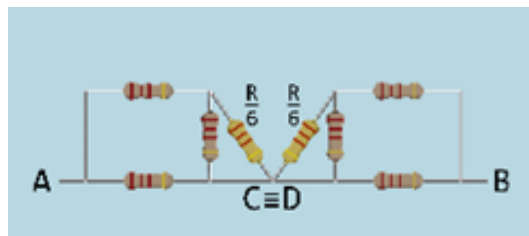
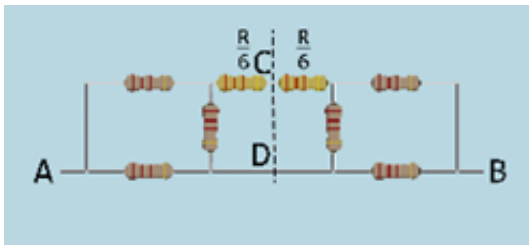
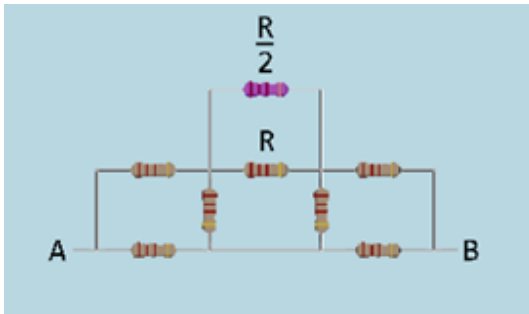
In questo semplice circuito, la determinazione della resistenza equivalente tra A e B può essere facilmente determinata ricorrendo alla simmetria che il circuito presenta rispetto all'asse ortogonale ad AB

$$\frac{\frac{R}{2} \cdot R}{R + 2R} = \frac{R}{3}$$

$$\frac{\frac{R}{6} \cdot R}{\frac{R}{6} + \frac{6R}{6}} = \frac{\frac{R^2}{6}}{\frac{7}{6}R} = \frac{R}{7}$$

$$\frac{R}{7} + R = \frac{8}{7}R$$

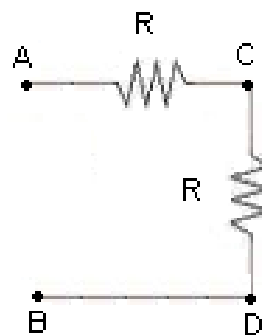
$$\frac{\frac{8}{7}R \cdot R}{\frac{8}{7}R + \frac{7R}{7}} = \frac{\frac{8}{7}R^2}{\frac{15}{7}R} = \frac{8}{15}R \Rightarrow R_{eq} = 2 \frac{8}{15}R = \frac{16}{15}R$$



Il modello teorico

Prima di affrontare lo studio delle reti bidimensionali, ci si è soffermati sull'analisi di una rete unidimensionale infinita (comunemente detta a scala) per il risultato a cui si è giunti che ha destato l'interesse degli studenti.

Se si considera una singola cella di resistenza equivalente $2R$ ed ad essa aggiungiamo una seconda cella fondamentale, si otterrà una resistenza equivalente pari a $\frac{5}{3}R$.

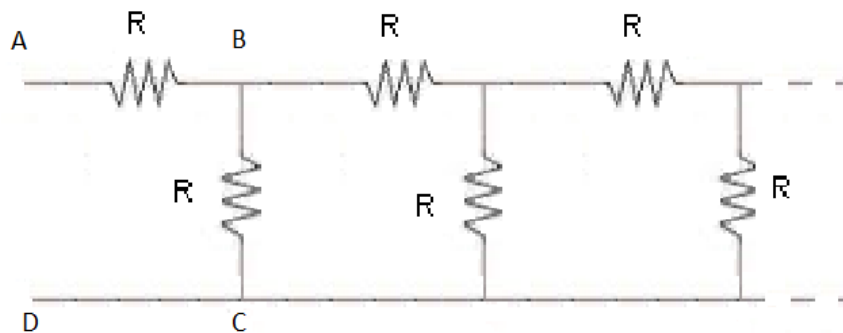


Il modello teorico

$$R_{eq} = R + \frac{2}{3} R = \frac{5}{3} R$$

Per ogni cella aggiunta alla serie, la resistenza equivalente tra A e B, assumerà, quindi, i seguenti valori:

$$\frac{13}{8} R; \frac{34}{21} R; \frac{89}{55} R; \dots$$



Il modello teorico

Se ora consideriamo la successione costituita dagli elementi numeratore e denominatore di queste frazioni, dove il numeratore occupa il posto pari e il denominatore il posto dispari, avremo:

$$(1, 2, 3, 5, 8, 13, 21, 34, 55, 89, \dots)$$

che possiamo riconoscere come successione di **Fibonacci**, dove il termine generico è :

$$a_{2n+1} = a_{2n} + a_{2n-1}$$

con n il numero delle celle.

La resistenza equivalente della nostra rete con n celle sarà :

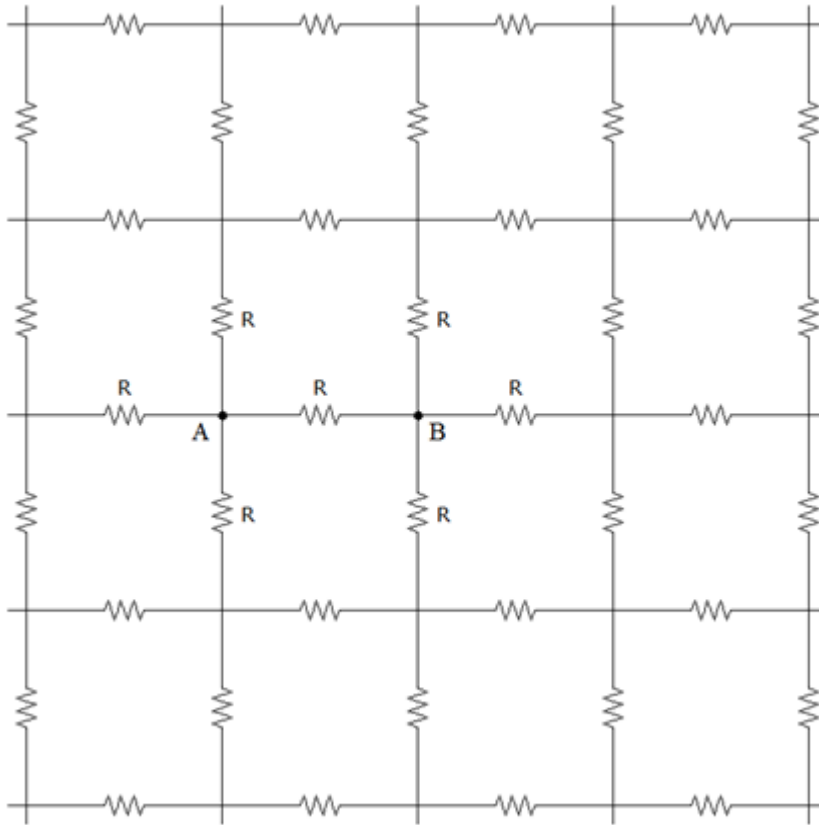
$$R_{eq} = \frac{a_{2n}}{a_{2n-1}} R$$

Per $n \rightarrow \infty$ tale rapporto tende al numero aureo 1,618..., quindi, la resistenza equivalente di una rete unidimensionale infinita di resistenze è:

$$R_{eq} = 1,618 \dots R$$

Il modello teorico

Rete bidimensionale infinita



La resistenza equivalente R_{eq} tra A e B risulta:

$$R_{eq} = \frac{V_{ab}}{I} = \frac{R}{2}$$

Tale risultato conferma la relazione generale:

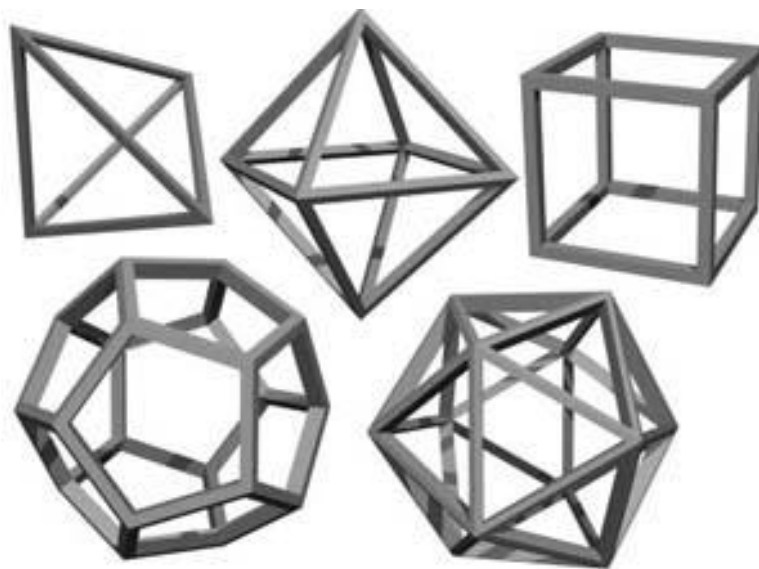
$$R_{eq} = \frac{2R}{M}$$

dove M è il numero di rami connessi a ciascun nodo

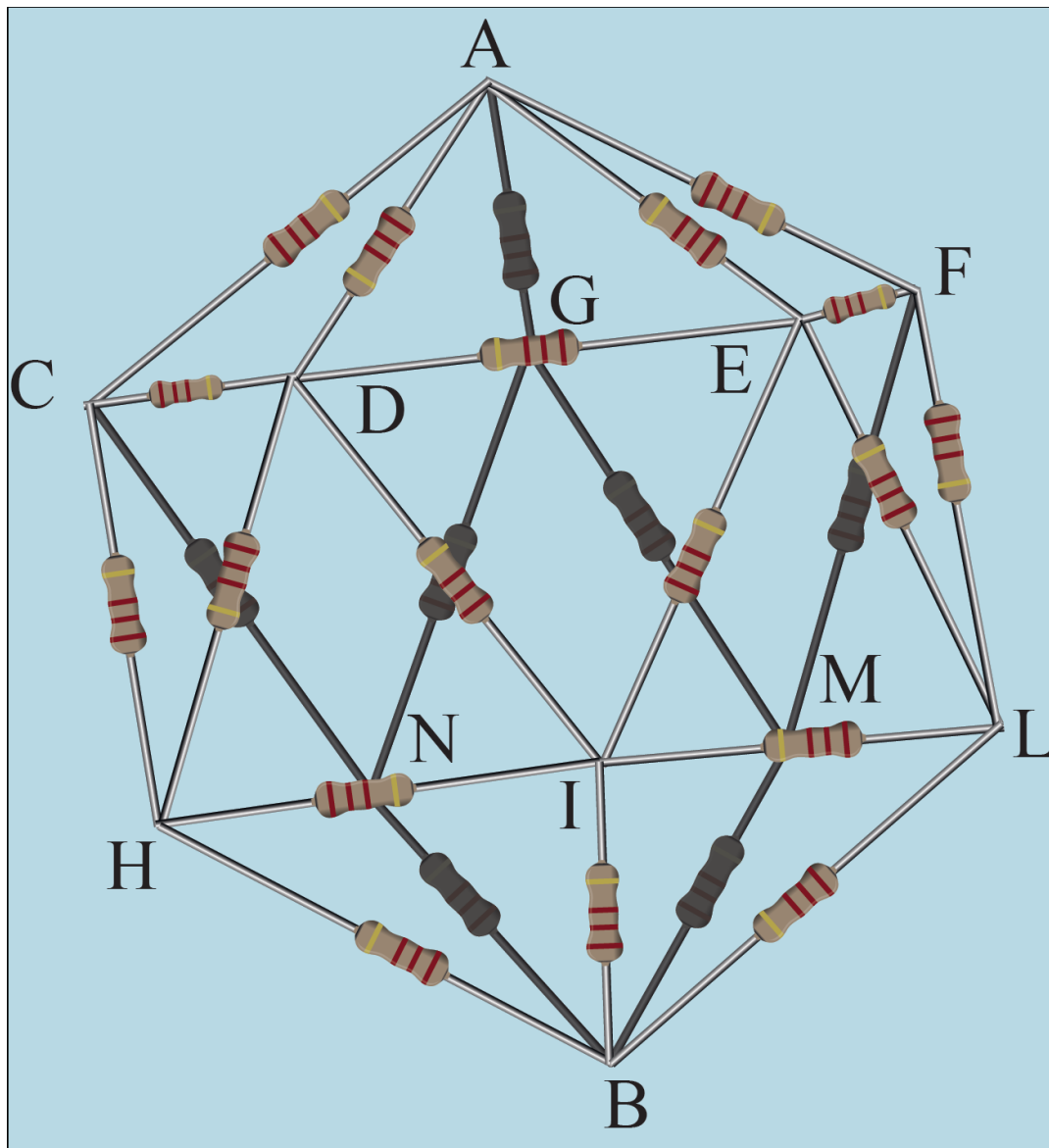
Il modello teorico

Abbiamo analizzato successivamente reti bidimensionali finite che racchiudono un volume.

In particolare abbiamo analizzato reti i cui resistori, tutti dello stesso valore, sono spigoli di solidi platonici e, sfruttando la simmetria di tali solidi, abbiamo calcolato la resistenza equivalente tra alcuni nodi



Esempio dell'Icosaedro



Il circuito equivalente si riduce, qui, a tre resistenze in serie, del valore $R/5$, $R/10$ e $R/5$, quindi, la resistenza equivalente tra A e B, risulta essere del valore di $R/2$.

Il modello teorico

Sfruttando le proprietà di simmetria e il principio di sovrapposizione si è sperimentato lo stesso modello su alcuni solidi archimedei.

Questo metodo non consente calcolare la resistenza equivalente tra qualsiasi coppia di vertici.

Si è sfruttato allora un modello matematico che ha permesso di calcolare la resistenza equivalente tra qualsiasi coppia di vertici di solidi platonici e archimedei.

Il modello teorico

E' stato utilizzato il metodo di Laplace per il calcolo della resistenza equivalente calcolata con il ben noto rapporto tra due determinanti:

Il valore della resistenza R_{eq} tra due vertici i e j è uguale a:

dove

$$R_{eq}(i, j) = K_{ij} R$$

$$K_{ij} = \frac{\det L(i, j)}{\det L(i)}$$

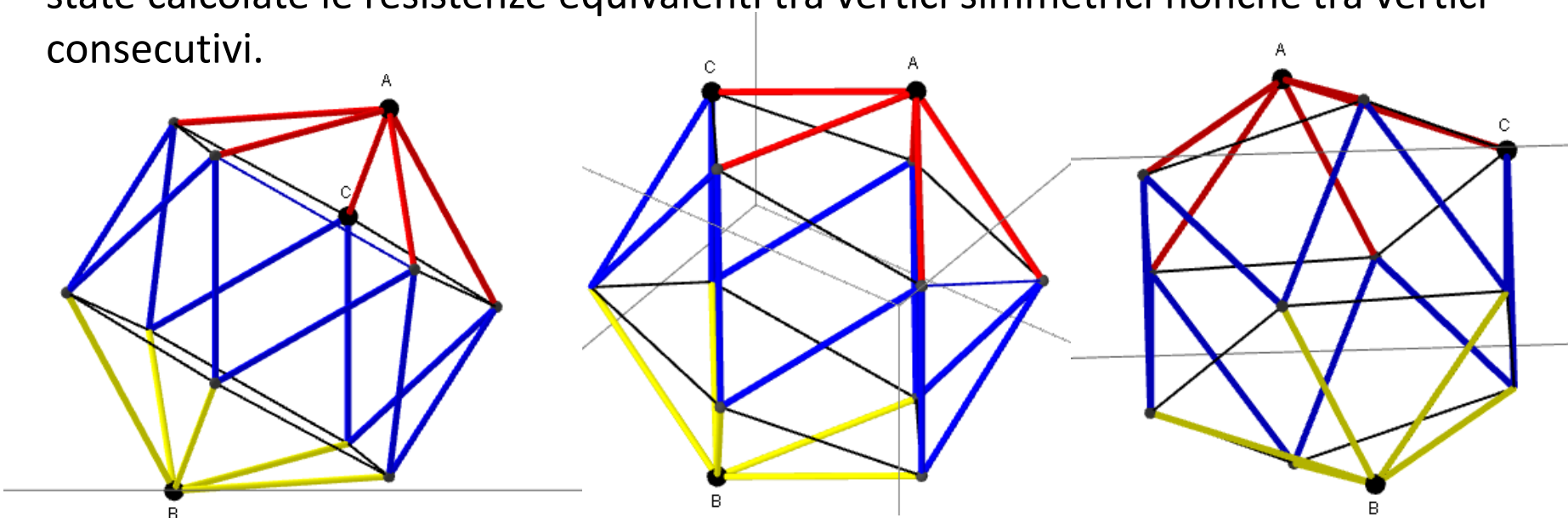
dove $L(i, j)$ è la matrice ottenuta eliminando le righe e le colonne i -esima e j -esima
 $L(i)$ è la matrice ottenuta eliminando la colonna i -esima

Il metodo di Laplace è la tecnica che il gruppo classe ha utilizzato per il calcolo della resistenza equivalente fra qualsiasi coppia di vertici dei solidi platonici e archimedei.

Geogebra

Il software GeoGebra si è rivelato una risorsa sia per gli aspetti di visualizzazione che di concettualizzazione e di verifica.

In accordo con le indicazioni nazionali secondo cui *“lo studente sarà in grado di passare da un registro di rappresentazione ad un altro (numerico, grafico, funzionale) anche utilizzando strumenti informatici per la rappresentazione dei dati”* (Duval), sono stati realizzati i solidi platonici con l'aiuto del software e sono state calcolate le resistenze equivalenti tra vertici simmetrici nonché tra vertici consecutivi.



L'oggetto che gli studenti utilizzano in un software di geometria dinamica può essere da loro visto in due modi diversi: come semplice figura (ossia facendo leva sugli aspetti percettivi di osservazione) oppure come figura legata a una teoria (cioè facendo leva sugli aspetti concettuali). Fishbein (1993).

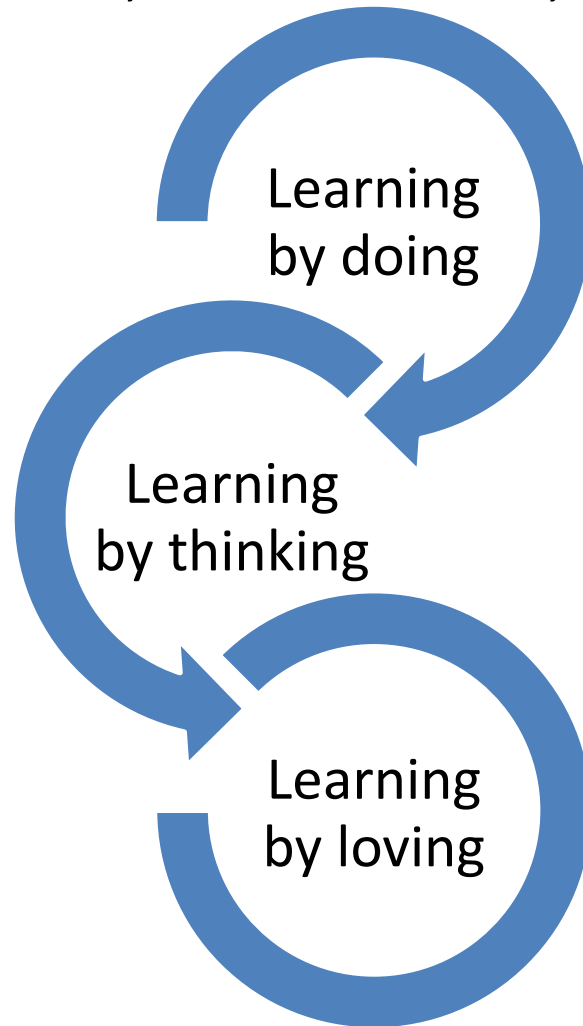
Nel nostro caso, più che congetturare e formulare, gli studenti hanno potuto sfruttare gli aspetti percettivi delle figure;

Non si è trattato qui di scegliere se costruire con riga e compasso o sfruttare le potenzialità del dragging perché le due cose non si sono escluse a vicenda

In un certo senso, le potenzialità epistemologiche hanno riguardato la verifica dei dati empirici e dei modelli teorici

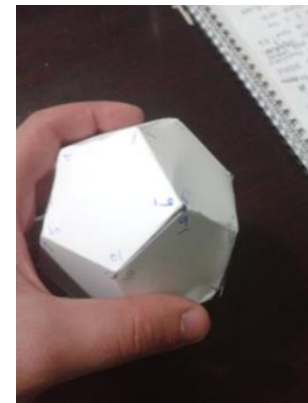
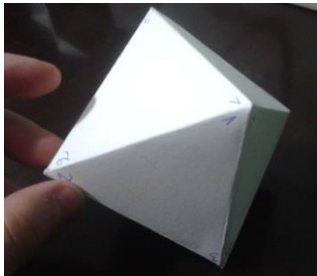
Didattica hands on

“Se ascolto dimentico, se vedo ricordo, se faccio capisco”
Confucio



La fase di sperimentazione

Gli studenti hanno, inizialmente, prodotto modelli di solidi platonici in cartone. Hanno successivamente numerato gli spigoli per poter implementare il metodo di Laplace utilizzando excel per la risoluzione del rapporto matriciale



La fase di sperimentazione

Hanno costruito, in seguito, modelli in cartoncino anche alcuni solidi archimedei per sperimentare la validità del modello utilizzato per i solidi platonici



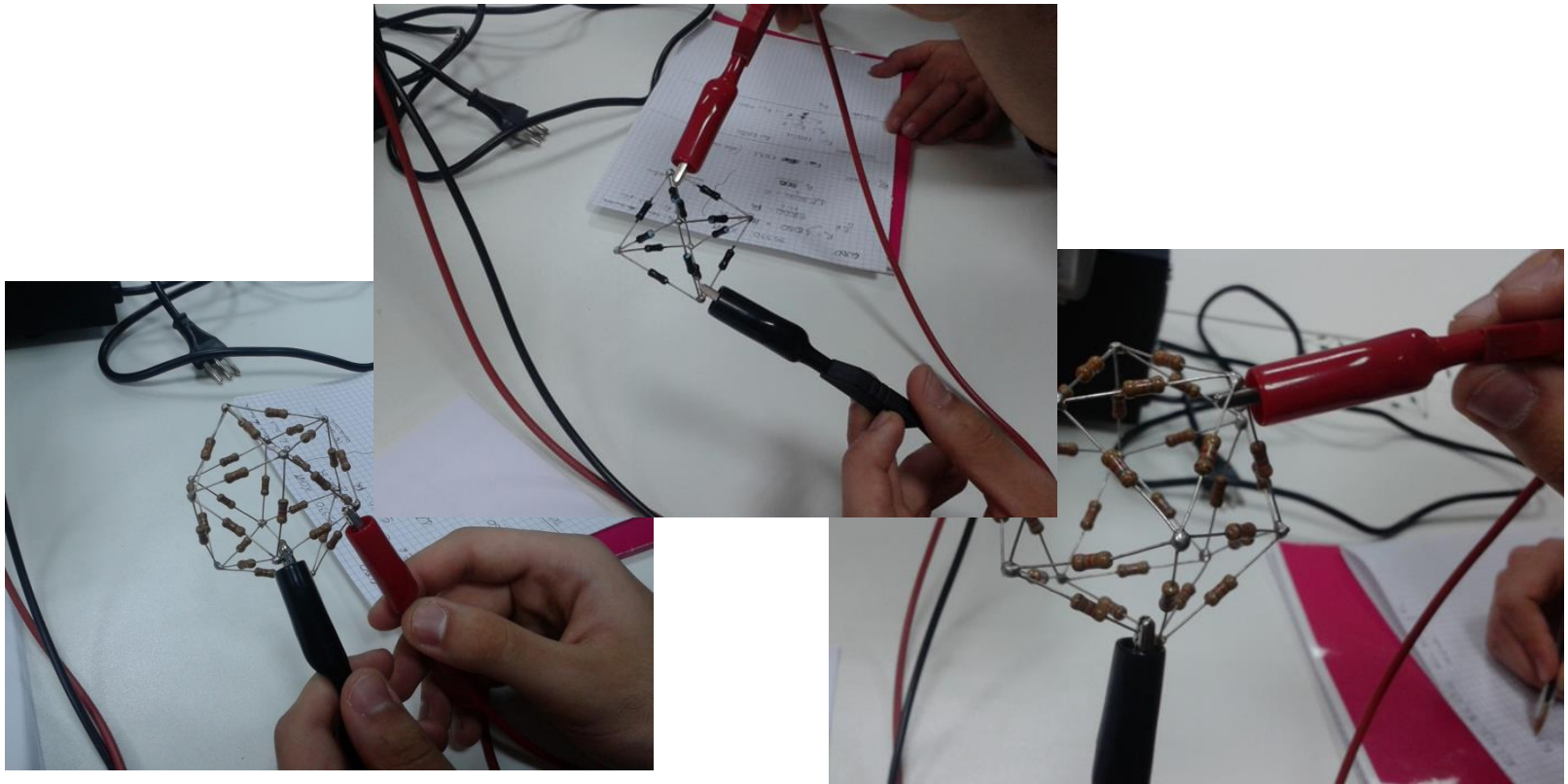
La fase di sperimentazione

Gli studenti hanno costruito i solidi platonici e archimedei adoperando, per ognuno di essi, resistenze di uguale valore. I valori delle resistenze utilizzate sono stati 2200 Ω , 1800 Ω , 1200 Ω , 22000 Ω e 10 Ω .

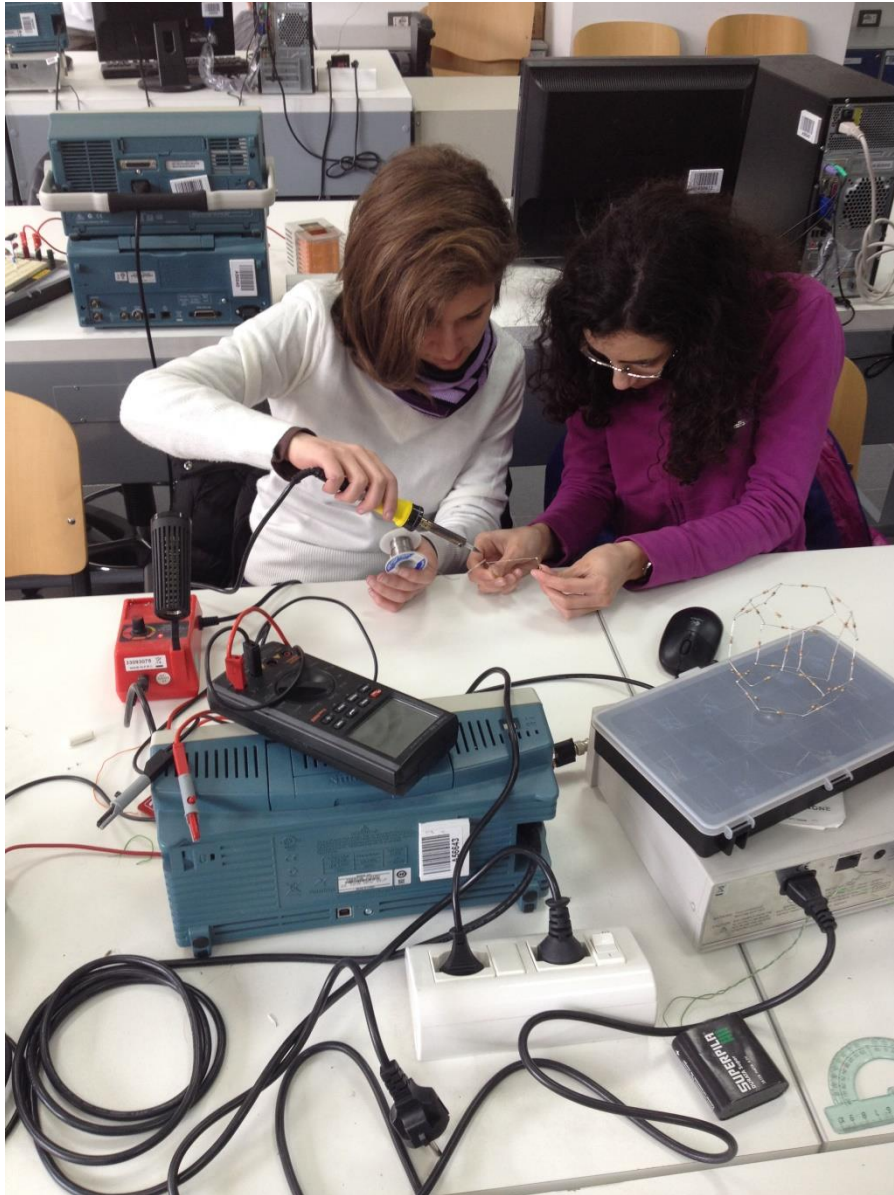


La fase di sperimentazione

Sono state, quindi, effettuate misurazioni della resistenza equivalente (R_{eq}) tra alcuni dei vertici delle reti tridimensionali.



La fase di sperimentazione



Circuiti, solidi platonici e simmetrie con geogebra: una proposta interdisciplinare per la scuola secondaria di II grado

DI.F.MA. 2015

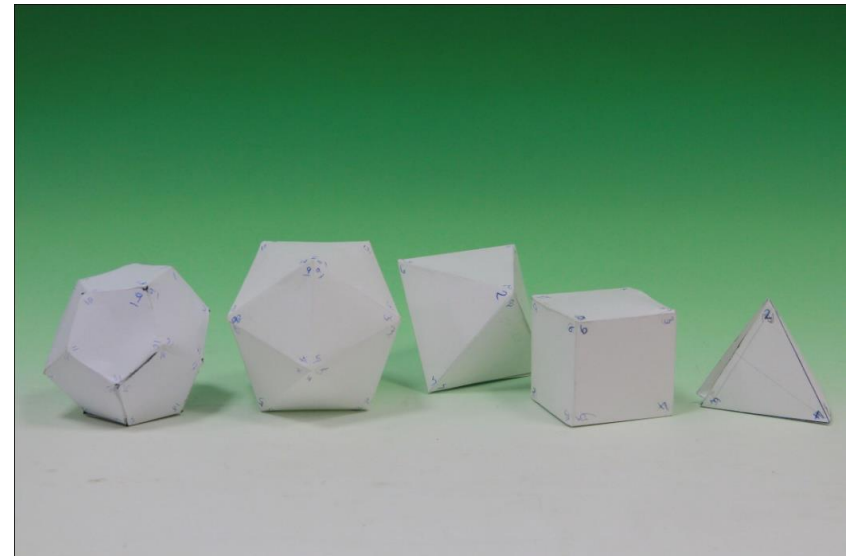
L'elaborazione dei dati sperimentali

A titolo di esempio, si riporta la tabella dei dati sperimentali elaborata dal gruppo del Liceo «Imbriani» relativa a tutti i solidi platonici ed alcuni solidi archimedei

Solido	Resistenze		Metodi:		
	R(Ω)	vertici	Laplace	Olandese	Sperimentale
Tetraedro	(2200 \pm 5%) Ω	R _{eq} = (1, 2)	(1100 \pm 5%) Ω	(1100 \pm 5%) Ω	(1097,5 \pm 0,1) Ω
Cubo	(1800 \pm 5%) Ω	R _{eq} = (1, 2)	(1050 \pm 5%) Ω	(1050 \pm 5%) Ω	(1050,0 \pm 0,1) Ω
		R _{eq} = (4, 8)	(1350 \pm 5%) Ω		(1349,2 \pm 0,1) Ω
		R _{eq} = (1, 5)	(1500 \pm 5%) Ω		(1500,0 \pm 0,1) Ω
Ottaedro	(1200 \pm 5%) Ω	R _{eq} = (2, 4)	(500 \pm 5%) Ω	(500 \pm 5%) Ω	(497,0 \pm 0,1) Ω
		R _{eq} = (1, 4)	(600 \pm 5%) Ω		(598,6 \pm 0,1) Ω
Icosaedro	(1800 \pm 5%) Ω	R _{eq} = (1, 2)	(660 \pm 5%) Ω	(660 \pm 5%) Ω	(662,0 \pm 0,1) Ω
		R _{eq} = (1, 8)	(900 \pm 5%) Ω		(904,6 \pm 0,1) Ω
		R _{eq} = (1, 5)	(840 \pm 5%) Ω		(842,0 \pm 0,1) Ω
Dodecaedro	(2200 \pm 5%) Ω	R _{eq} = (1, 2)	(1393 \pm 5%) Ω	(1393 \pm 5%) Ω	(1386,5 \pm 0,1) Ω
		R _{eq} = (1,14)	(2567 \pm 5%) Ω		(2568,8 \pm 0,1) Ω
		R _{eq} = (1, 3)	(1980 \pm 5%) Ω		(1977,0 \pm 0,1) Ω
		R _{eq} = (1,18)	(2493 \pm 5%) Ω		(2499,4 \pm 0,1) Ω
		R _{eq} = (1,17)	(2347 \pm 5%) Ω		(2348,9 \pm 0,1) Ω
Cubottaedro	(22000 \pm 5%) Ω	R _{eq} = (1, 4)	(10083 \pm 5%) Ω		(10123,0 \pm 0,1) Ω
		R _{eq} = (1,12)	(14667 \pm 5%) Ω		(14706,0 \pm 0,1) Ω
Ottaedro troncato	(10,0 \pm 5%) Ω	R _{eq} = (1, 2)	(6,2 \pm 5%) Ω		(6,2 \pm 0,1) Ω
		R _{eq} = (7, 8)	(6,8 \pm 5%) Ω		(6,8 \pm 0,1) Ω
Tetraedro troncato	(10,0 \pm 5%) Ω	R _{eq} = (1, 2)	(7,0 \pm 5%) Ω		(6,9 \pm 0,1) Ω
		R _{eq} = (1, 7)	(5,7 \pm 5%) Ω		(5,7 \pm 0,1) Ω
		R _{eq} = (1,12)	(11,0 \pm 5%) Ω		(10,9 \pm 0,1) Ω

L'elaborazione dei dati sperimentali

I valori teorici calcolati in tabella sono affetti dall'errore dovuto al valore delle resistenze utilizzate (5%), quindi i risultati sperimentali sono, nei limiti degli errori, confrontabili con il modello teorico del metodo proposto



Conclusioni

Perché Geogebra?

1. Ha facilitato l'osservazione sfruttando il potenziale 3D presente nelle ultime versioni
2. Ha velocizzato i tempi di realizzazione del progetto
3. E' stato usato come linguaggio di programmazione per fare calcoli e visualizzare testi
4. Ha consentito la manipolazione dell'oggetto grafico e la visualizzazione del solido da diversi punti di vista

<http://tube.geogebra.org/material/simple/id/S5ovtcl6>

Meglio una testa ben fatta che una testa piena